

# Η ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗ ΗΛΙΚΙΑ ΘΕΜΕΛΙΩΔΗΣ ΒΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗ ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΣΧΟΛΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΑΙΔΕΙΑ ΣΤΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΤΗΣ ΜΕΤΑΒΑΣΗΣ ΑΠΟ ΤΟ ΝΗΠΙΑΓΩΓΕΙΟ ΣΤΟ ΔΗΜΟΤΙΚΟ ΣΧΟΛΕΙΟ

## ΓΝΩΣΤΙΚΗ ΑΝΑΠΤΥΞΗ, ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΚΑΙ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

Η συμβολή του Piaget κατά τις δεκαετίες '60 και '70 στην κατανόηση για τη λειτουργία των μηχανισμών της γνωστικής ανάπτυξης του παιδιού υπήρξε θεμελιώδης (Kamii & Devries, 1979). Η εμφάνιση όμως μετέπειτα νέων θεωριών και προσεγγίσεων για τη γνωστική ανάπτυξη, όπως αυτών του Vygotsky και του Bruner, που τόνισαν τη σημασία των αλληλεπιδράσεων επικοινωνίας στο κοινωνικό περιβάλλον μέσα στο οποίο βρίσκεται το παιδί, η συμβολή μεταπιαζετιανών απόψεων για τη λογικομαθηματική σκέψη των παιδιών (Gelman & Gallistel, Donaldson, Hughes, Borke, Siegler κ.ά.), η επίδραση της θεωρίας των πολλαπλών τύπων νοημοσύνης (Gardner), τέλος, η επίδραση της προσέγγισης της επεξεργασίας των πληροφοριών και της νευροψυχολογίας, καθώς και άλλων ερευνητών, αύξησαν ποσοτικά και ποιοτικά τις γνώσεις μας για τα χαρακτηριστικά και την πορεία των γνωστικών λειτουργιών του ατόμου (Κολιάδης, 1997, 2002).

Ως συνέπεια, οι ψυχολόγοι σήμε-

ρα αναγνωρίζουν πολύ περισσότερη μαθηματική γνώση και κατανόηση στα μικρά παιδιά από παλιότερα, μάλιστα περισσότερη από όση λεκτικά μπορούν να εκφράσουν. Η λειτουργία του παιδιού στον κόσμο το οδηγεί στην ανάπτυξη λογικών διεργασιών πολύ πριν έρθει σε επαφή με τη θεσμοθετημένη εκπαιδευτική διαδικασία. Πολλές έρευνες σε παιδιά κάτω των τριών ετών αναφέρονται στην κατανόηση μη λεκτικής αριθμητικής γνώσης, ενώ για την εμφάνιση και ποιότητα των πρωτο-ποσοτικών ή πρωτοαριθμητικών γνώσεων του παιδιού κυρίως ευθύνεται το υποστηρικτικό περιβάλλον (von Glasersfeld, 1982, Resnick, 1989, Huttenlocher et al. 1994, Steffe, 2004 κ.ά.)

Ακολουθώντας, στο χώρο της προσχολικής εκπαίδευσης μπορούν να συστηματοποιούνται αυτές οι γνώσεις και να καλλιεργούνται σχετικές δεξιότητες. Η εκπαιδευτική παρέμβαση στο πεδίο των μαθηματικών εννοιών στην προσχολική ηλικία θα πρέπει λοιπόν να είναι καλά σχεδιασμένη, ώστε διαμέσου σύγχρονων αναλυτικών προγραμμάτων και διδακτικών μεθόδων να αυξάνει τις εμπειρίες των παιδιών, ποσοτικά και ποιοτικά, να τις συστη-

ματοποιεί, με γενικότερο σκοπό την καλλιέργεια της μαθηματικής σκέψης.

Σύμφωνα με το Εθνικό Συμβούλιο των Εκπαιδευτικών για τα Μαθηματικά (NCTM) των ΗΠΑ, η μαθηματική εκπαίδευση για τα παιδιά προσχολικής ηλικίας οφείλει να είναι σύγχρονη και υψηλής ποιότητας, γιατί λειτουργεί ως βάση ζωτικής σημασίας για τη μετέπειτα μαθηματική ανάπτυξη. Σε κείμενό τους, βασισμένο σε προηγούμενες θέσεις της Εθνικής Ένωσης για την Εκπαίδευση των μικρών παιδιών (NAEYC) αναδιατύπωσαν τις βασικές θέσεις της μαθηματικής εκπαίδευσης, που πρέπει να λαμβάνονται υπόψη από τους συντάκτες των προγραμμάτων εκπαίδευσης και από τους εκπαιδευτικούς που τα υλοποιούν, συμπεριλαμβανόμενες για πρώτη φορά τα παιδιά προσχολικής ηλικίας (NCTM & NAEYC, 2002). Σύμφωνα με αυτές, βασικές αρχές για την ανάπτυξη των μαθηματικών των παιδιών πάνω από 3 ετών είναι:

- 1) Ισότητα: επιδιώκεται για την υποστήριξη όλων των μαθητών στα μαθηματικά.
- 2) Αναλυτικό Πρόγραμμα: απαιτείται ένα καλά δομημένο Α.Π., που

να περιλαμβάνει τις σημαντικές μαθηματικές έννοιες και να διαρθρώνεται κατάλληλα από κάθε τάξη στην επόμενη.

3) Διδασκαλία: γι' αυτήν απαιτείται κατανόηση του τι γνωρίζουν και έχουν ανάγκη να μάθουν οι μαθητές και κατόπιν πρόκληση ενδιαφέροντος και υποστήριξη ώστε να μάθουν.

4) Μάθηση: οι μαθητές πρέπει να μαθαίνουν μαθηματικά με κατανόηση, οικοδομώντας ενεργητικά νέες γνώσεις, στηριζόμενοι στις προηγούμενες.

5) Αξιολόγηση: οφείλει να υποστηρίζει τη μάθηση των μαθηματικών και να προσφέρει χρήσιμες πληροφορίες στους εκπαιδευτικούς και στους μαθητές.

6) Τεχνολογία: είναι απαραίτητη στη διδασκαλία αλλά και στη μάθηση των μαθηματικών, γιατί την προωθεί ακόμα περισσότερο (NCTM & NAEYC, 2002).

### ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΤΟ ΝΗΠΙΑΓΩΓΕΙΟ

Στο ελληνικό Νηπιαγωγείο, προσπάθειες για την υποστήριξη της μαθηματικής εκπαίδευσης των παι-

διών προσχολικής ηλικίας αναδεικνύονται μέσα από το νέο αλλά και το προηγούμενο Α.Π. του '89. Το προηγούμενο Α.Π. (Π.Δ. 486/89) στηρίχθηκε περισσότερο στην πιαζετιανή θεωρία, γι' αυτό και οι προτεινόμενες δραστηριότητες αντανακλούσαν τις πειραματικές έρευνες του Piaget και των συνεργατών του, που εκτείνονταν σε μια πεπερασμένη χρονική περίοδο ερευνών. Έτσι, ενώ παρέχονταν δυνατότητες οργάνωσης ενός πλούσιου μαθηματικού περιβάλλοντος και δραστηριοτήτων μαθηματικού περιεχομένου, αυτές ήταν αποπλαισιωμένες, δηλαδή εργαστηριακού τύπου. Όμως από το 1985-90 και μετά η έκρηξη της γνώσης στις έρευνες για τη γνωστική ανάπτυξη, αλλά και ιδιαίτερα για τη συγκρότηση των μαθηματικών εννοιών, δημιουργεί μια γενικευμέ-

**Στο ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα η αναμόρφωση των αναλυτικών προγραμμάτων υπό την ευθύνη του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου εκτείνεται από το νηπιαγωγείο μέχρι τη δευτεροβάθμια, στην κατεύθυνση ενιαίου σχεδιασμού για την εκπαίδευση, γεγονός πολύ θετικό για την ομαλή διάταξη της γνώσης από την κάθε τάξη και βαθμίδα στην επόμενη και την απόκτηση δεξιοτήτων ήδη από τις μικρές ηλικίες**

νη τάση αναμόρφωσης των Α. Π. των Μαθηματικών διεθνώς, π.χ. Εθνική Στρατηγική Αριθμητισμού για την πρωτοβάθμια εκπαίδευση στην Αγγλία (Ofsted, 1999-2002). Στο ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα, η αναμόρφωση των αναλυτικών προγραμμάτων υπό την ευθύνη

του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου εκτείνεται από το νηπιαγωγείο μέχρι τη δευτεροβάθμια, στην κατεύθυνση ενιαίου σχεδιασμού για την εκπαίδευση, γεγονός πολύ θετικό για την ομαλή διάταξη της γνώσης (ύλης) από την κάθε τάξη και βαθμίδα στην επόμενη και την απόκτηση δεξιοτήτων ήδη από τις μικρές ηλικίες (ΔΕΠΠΣ, 2003). Ειδικότερα για τον τομέα των μαθηματικών, στο νέο Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών για το Νηπιαγωγείο συμπεριλαμβάνεται

\* Η Νίκη Δεληκανάκη είναι σχολική σύμβουλος της 19ης Περιφέρειας Προσχολικής Αγωγής με έδρα το Ηράκλειο.

το «Πρόγραμμα σχεδιασμού και ανάπτυξης δραστηριοτήτων Μαθηματικών», ενώ συμπληρωματικά η έκδοση του *Οδηγού Νηπιαγωγού* (2006) φιλοδοξεί να υποστηρίξει την υλοποίησή του. Οι βασικές αρχές διδακτικής μεθοδολογίας, το περιεχόμενο, η υλοποίηση δραστηριοτήτων και η αξιολόγηση αυτών, αν και δεν αναφέρονται ενιαία στο πρόγραμμα

Μαθηματικών του Νηπιαγωγείου, ενώ αντίθετα αναφέρονται με σαφήνεια στο βιβλίο δασκάλου της Α' Δημοτικού (Λεμονίδης, Θεοδώρου, Καψάλης, Πνευματικός, 2006), πρέπει να αποτελούν ένα πλαίσιο θεωρητικής αναφοράς για κάθε εκπαιδευτικό, καθώς και αφετηρία για κάθε παιδαγωγικό σχεδιασμό στα μαθηματικά της προσχολικής ηλικίας και του Δημοτικού σχολείου μετέπειτα.

#### ΑΡΧΕΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ: ΚΟΙΝΟΙ ΑΞΟΝΕΣ ΑΠΟ ΤΟ ΝΗΠΙΑΓΩΓΕΙΟ ΣΤΟ ΔΗΜΟΤΙΚΟ ΣΧΟΛΕΙΟ

Μέσα από το ΔΕΠΠΣ για την πρωτοβάθμια εκπαίδευση (ΔΕΠΠΣ, 2003) προτείνονται σύγχρονες παιδαγωγικές προσεγγίσεις και κατευθυντήριες αρχές για την εκπαίδευση των παιδιών ήδη από την προσχολική ηλικία και στη συνέχεια στο Δημοτικό σχολείο, από τις οποίες οι κάτωθι μπορούν να υποστηρίξουν το πρόγραμμα μαθηματικής ανάπτυξης:

**Η ανάπτυξη του Προγράμματος Μαθηματικών απαιτεί διατύπωση με συνοχή και σαφήνεια του περιεχομένου των σημαντικών μαθηματικών εννοιών, έτσι που να διευκολύνεται ο εκπαιδευτικός:**

**α) στην επιλογή για διδακτική προσέγγιση εκείνων των μαθηματικών εννοιών κάθε φορά που αποκτούν νόημα στην πορεία των θεματικών προσεγγίσεων ή άλλων καθημερινών περιστάσεων και**

**β) στον προγραμματισμό λοιπών μαθηματικών δραστηριοτήτων, ώστε καμιά σημαντική έννοια να μην παραλείπεται, σε όφελος της μαθηματικής ανάπτυξης των παιδιών**

**ΕΝΘΑΡΡΥΝΕΤΑΙ Η ΒΙΩΜΑΤΙΚΗ - ΕΝΕΡΓΗΤΙΚΗ ΜΑΘΗΣΗ.** Το παιδί υποστηρίζεται να εξερευνά και να ανακαλύπτει σχέσεις στο περιβάλλον, ώστε να τις επεξεργάζεται και να ανακατασκευάζει νέες γνωστικές δομές. Στη μαθηματική ανάπτυξη η πορεία αυτή είναι ιδιαίτερα χαρακτηριστική. Τα παιδιά προσεγγίζουν αρχικά τις μαθηματικές έν-

νοιες με τρόπο διαισθητικό μέσα από το χειρισμό υλικών και καταστάσεων, ενώ η σκέψη τους σταδιακά συγκροτεί ολοένα και πιο σύνθετες μαθηματικές έννοιες.

#### ΛΑΜΒΑΝΟΝΤΑΙ ΥΠΟΨΗ ΟΙ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ ΚΑΙ ΤΑ ΕΝΔΙΑΦΕΡΟΝΤΑ ΤΩΝ ΠΑΙΔΙΩΝ

Μέσα από συστηματική παρατήρηση ο εκπαιδευτικός μπορεί να διακρίνει τι γνωρίζουν (έννοιες, στρατηγικές, δεξιότητες), αλλά και τι ενδιαφέρει τα παιδιά, ώστε να επιλέγει άμεσους και μακροπρόθεσμους στόχους κατά το σχεδιασμό των δραστηριοτήτων, αφού έτσι διασφαλίζει τη συνέχεια στη γνωστική τους ανάπτυξη και διευκολύνει την ανάδειξη των εσωτερικών κινήτρων μάθησης.

**ΕΝΘΑΡΡΥΝΕΤΑΙ Η ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑ ΚΑΙ Η ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ.** Η καλλιέργεια κλίματος αλληλεπίδρασης κατά την εργασία και το παιχνίδι ευνοεί τη μάθηση. Ο εκπαιδευτικός μπορεί να προάγει την αλληλεπίδραση σε δραστηριότητες με όλη την τάξη, συνθέτοντας τις διαφορετικές ιδέες των παιδιών, ή μπορεί να διαμορφώνει στην τάξη συνθήκες για εργασία σε μικρές ομάδες, π.χ. ένα πρόβλημα προς επίλυση μπορεί να έχει περισσότερες από μια λύσεις, τις οποίες προτείνουν τα παιδιά, αφού το εξετάσουν κατά ομάδες.

**ΕΠΙΔΙΩΚΕΤΑΙ Η ΔΙΑΘΕΜΑΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΤΗΣ ΓΝΩΣΗΣ.** Είναι μια σύγχρονη κα-

τεύθυνση που συμπεριλαμβάνεται στα Α.Π. της εκπαίδευσης, στην κατεύθυνση της ενοποίησης της γνώσης διαμέσου της σύνδεσης των διακριτών επιστημών (Ματσαγγούρας, Η., 2002). Σε αυτόν τον άξονα, όσο περισσότερο συνδέονται οι μαθηματικές έννοιες με άλλα γνωστικά αντικείμενα και όψεις της πραγματικότητας τόσο περισσότερο γίνονται κατανοητές και μπορούν να εφαρμόζονται σε νέες καταστάσεις. Πολλές φορές άλλωστε έχει επικριθεί η αποπλαισιωμένη σχολική μαθηματική γνώση, η οποία μπορεί να παρουσιάζεται δυσνόητη, ενώ αντίθετα τα παιδιά φαίνεται να κατανοούν και να χρησιμοποιούν τα μαθηματικά ευκολότερα σε καταστάσεις της ζωής τους (Sophian, C., 1996, Ζαχάρος, Κ. 2006). Έτσι, μπορούν να οργανώνονται διαθεματικές μαθηματικές δραστηριότητες με νόημα κατά την ανάπτυξη θεματικών προσεγγίσεων και σχεδίων εργασίας, οι οποίες να συνδέονται με τα υπόλοιπα προγράμματα, π.χ. έννοιες σχετικές με σχήματα από τη γεωμετρία αναδεικνύονται μέσα από τα εικαστικά.

**ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙΤΑΙ ΤΟ ΠΑΙΧΝΙΔΙ ΩΣ ΣΗΜΑΝΤΙΚΟΣ ΤΡΟΠΟΣ ΜΑΘΗΣΗΣ.** Το παιχνίδι, ακριβώς επειδή ανταποκρίνεται ποικιλοτρόπως στις ανάγκες της

παιδικής ηλικίας, σύμφωνα με τη βιολογική, ψυχολογική, ψυχαναλυτική κ.λπ. άποψη, μπορεί να παρέχει στα παιδιά σημαντικά κίνητρα μάθησης. Ο εκπαιδευτικός μπορεί να προσελκύει το ενδιαφέρον τους παρέχοντας υλικά και ευκαιρίες για παιχνίδια, επιλέγοντας κατάλληλες παιγνιώδεις δραστηριότητες που αναδεικνύουν σημαντικές μαθηματικές έννοιες.

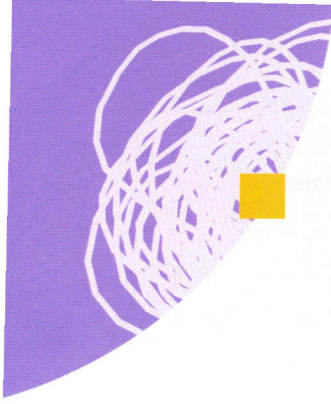
**ΥΠΟΣΤΗΡΙΖΕΤΑΙ Η ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΤΗΣ ΚΑΘΗΜΕΡΙΝΗΣ ΖΩΗΣ.** Οι σύγχρονες απόψεις για την απόκτηση δεξιοτήτων κριτικής σκέψης επικεντρώνονται στην επίλυση προβλήματος, διαμέσου της οποίας καθίστανται τα μαθηματικά χρήσιμα. Τα παιδιά μπορούν να μαθαίνουν να κατανοούν και να διατυπώνουν τα δεδομένα ενός προβλήματος, να χρησιμοποιούν γραφικές αναπαραστάσεις γι' αυτά, να αναζητούν βοηθητικά πηγές πληροφόρησης, να συλλογίζονται σε ποικίλες λύσεις, να επιλέγουν και να εφαρμόζουν στρατηγικές που ταιριάζουν κάθε φορά. Οι δεξιότητες επίλυσης που καλλιεργούνται διαμέσου των προβλημάτων σε πλαίσιο καθημερινότητας παραμένουν ενεργές σε όλη τη ζωή των ατόμων.

**ΥΠΟΣΤΗΡΙΖΕΤΑΙ Η ΧΡΗΣΗ ΤΗΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ.** Οι νέες τεχνολογίες αποτελούν πολύτιμα εργαλεία για την προα-

γωγή της γνώσης στη σύγχρονη κοινωνία (δεξιότητες ανάλυσης δεδομένων, επίλυσης προβλημάτων, κριτικής σκέψης). Τα παιδιά μπορούν να αποκτήσουν δεξιότητες χρήσης αυτής όχι μόνο ως γνωστικού αντικειμένου αλλά ως εργαλείου που οδηγεί στην έρευνα για την απόκτηση γνώσεων και δεξιοτήτων.

**ΕΠΙΔΙΩΚΕΤΑΙ Η ΣΥΜΜΕΤΟΧΗ ΤΩΝ ΓΟΝΕΩΝ ΣΤΗ ΜΑΘΗΣΙΑΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ.** Οι σημερινές κοινωνικές ανάγκες καθιστούν την επικοινωνία σχολείου - οικογένειας περισσότερο επιτακτική από άλλοτε, ενώ για την καλλιέργεια θετικών στάσεων απέναντι στα Μαθηματικά μπορούν να συνεισφέρουν και οι γονείς. Στον *Οδηγό Νηπιαγωγού* δίνονται μερικά παραδείγματα και παροτρύνονται οι εκπαιδευτικοί να επικοινωνούν με την οικογένεια, ενώ στο βιβλίο Μαθηματικών της Α' Δημοτικού περιλαμβάνονται 9 επιστολές προς τους γονείς αντίστοιχες προς τις 9 ενότητες περιεχομένου του βιβλίου Μαθηματικών.

**ΕΠΙΔΙΩΚΕΤΑΙ Η ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ.** Αποτελεί τη φυσική συνέχεια και ολοκλήρωση της εφαρμογής του προγράμματος, χρήσιμη σε εκπαιδευτικούς, γονείς, παιδιά, συντάκτες αναλυτικών προγραμμάτων, ώστε να ακολουθούν οι αναγκαίοι παιδα-



γωγικοί σχεδιασμοί και παρεμβάσεις.

### ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΝΗΠΙΑΓΩΓΕΙΟΥ

Η ανάπτυξη του Προγράμματος Μαθηματικών απαιτεί, κατά τη γνώμη μας, διατύπωση με συνοχή και σαφήνεια του περιεχομένου των σημαντικών μαθηματικών εννοιών, έτσι που να διευκολύνεται ο εκπαιδευτικός: α) στην επιλογή για διδακτική προσέγγιση εκείνων των μαθηματικών εννοιών κάθε φορά που αποκτούν νόημα στην πορεία των θεματικών προσεγγίσεων ή άλλων καθημερινών περιστάσεων και β) στον προγραμματισμό λοιπών μαθηματικών δραστηριοτήτων, ώστε καμιά σημαντική έννοια να μην παραλείπεται, σε όφελος της μαθηματικής ανάπτυξης των παιδιών. Το νέο πρόγραμμα για το Νηπιαγωγείο περιλαμβάνει συνοπτικά αυτές τις σημαντικές μαθηματικές έννοιες ως περιεχόμενο και ορισμένα παραδείγματα δραστηριοτήτων στον *Οδηγό Νηπιαγωγού*, ενώ η φιλοσοφία της διαθεματικής προσέγγισης των μαθηματικών εννοιών μπορεί να προσφέρει το πλαίσιο κατανόησης αυτών σε αυθεντικές καταστάσεις της κοινωνικοπολιτισμικής πραγματικότητας μέσα στην οποία ζουν τα παιδιά. Παρόλα όμως τα θετικά, παρουσιάζει αδυναμία στη διαρθρωτική οργάνωση

του περιεχομένου των μαθηματικών εννοιών σε ένα συνεκτικό σύνολο, ασάφειες στόχων και συρρίκνωση σημαντικότητας για ορισμένες από αυτές (π.χ. για τον αριθμό), ενώ η αναφορά στην αξιοποίηση των διαθεματικών θεμελιωδών εννοιών φαίνεται να επιφέρει σύγχυση στους εκπαιδευτικούς. Επιφυλάξεις γι' αυτό το τελευταίο, καθώς και για άλλα ζητήματα (π.χ. της διαθεματικής προσέγγισης), εκφράζονται από ερευνητές του χώρου των μαθηματικών, στην κατεύθυνση κριτικής θεώρησης και εποικοδομητικής αποσαφήνισης της μαθηματικής δεοντολογίας (Ζαχάρος & Παπανδρέου, 2004, Τζεκάκη, Καλδρυμίδου, Τρέσσου, 2005).

Οι σημαντικές μαθηματικές έννοιες για την προσχολική ηλικία μπορούν, κατά την εκτίμησή μας και σύμφωνα και με άλλους ερευνητές (Τζεκάκη, 1996, NCTM, 2000, Clements, 2004), να συνοψιστούν στο περιεχόμενο των κάτωθι **μαθηματικών περιοχών ή πεδίων**, τα οποία βρίσκονται σε αλληλεξάρτηση μεταξύ τους: **Χώρος - Γεωμετρία, αριθμός, ταξινόμηση, μοτίβα, μετρήσεις.**

#### ΧΩΡΟΣ - ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Δυο μεγάλες κατηγορίες συνήθως συνοψίζονται από τις έννοιες του χώρου, οι οποίες αφορούν τις

εννοιολογικές ενότητες: α) των σχημάτων και β) των σχέσεων στο χώρο, αναφορικά με τη θέση, την κατεύθυνση, την εκτίμηση των αποστάσεων ή διαστάσεων (Clements, 2004). Δραστηριότητες μπορούν να οργανώνονται στα εξής:

- Σχέσεις στο χώρο: πάνω - κάτω, μπροστά - πίσω, δεξιά - αριστερά, μέσα - έξω, δίπλα, ανάμεσα, σχέσεις γειννίασης, διαφορετικές όψεις των αντικειμένων (π.χ. σκιές).
- Γεωμετρικά επίπεδα σχήματα και στερεά: χαρακτηριστικά, ιδιότητες, ανάλυση και σύνθεση (βλ. Δελικανάκη, Ν., Σφαίρα και κύκλος, 2004).
- Συμμετρία (ως προς άξονα).

#### ΑΡΙΘΜΟΣ

Ο αριθμός είναι το κλειδί της αριθμητικής εγγραμματοσύνης (numeracy), που είναι το ίδιο σημαντική όπως η γλωσσική εγγραμματοσύνη, στην υψηλά εξαρτώμενη από την τεχνολογία και πληροφορική εποχή μας (Baroody, A., 2004). Ο αριθμός είναι το πεδίο με το οποίο έχουν ασχοληθεί οι περισσότερες έρευνες μαθηματικής ανάπτυξης των παιδιών προσχολικής ηλικίας, διαπιστώνοντας ότι κατά την κατασκευή του από το παιδί συμμετέχουν πολλοί παράγοντες, ενώ απαιτείται να αναπτύσσονται επιμέρους ικανότητες, όπως ικανό-

τητα απαρίθμησης, διατήρησης, αντίληψης οπτικά μικρών ποσοτήτων σε χωρική διάταξη (subitizing), ικανότητα νοερών υπολογισμών στη μνήμη, μνήμη αριθμητικών ψηφίων (Piaget, von Glasersfeld, Siegler, Sophian, Huttenlocher, Steffe κ.λπ.). Δραστηριότητες μπορούν να οργανώνονται στα παρακάτω:

- Αντιστοιχίσεις, εκτίμηση ποσοτήτων (περισσότερα - λιγότερα - ίσα, τόσα όσα).
- Απαρίθμηση των στοιχείων μιας συλλογής (ακολουθία αριθμών 1, 2, 3...) και εύρεση πληθικότητας. Αναγνώριση - γραφή αριθμητικών συμβόλων.
- Αριθμητικά τακτικά: πρώτος, δεύτερος κ.λπ.
- Αριθμητικές πράξεις (πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός, διαίρεση) με διαισθητική προσέγγιση μέσα από επίλυση προβλήματος και χειρισμό υλικών.
- Αριθμός και άλλες λειτουργίες: χρήση ψηφίων ως κώδικες (π.χ. αριθμοί τηλεφώνων), οι αριθμοί ως έκφραση νομισματικής αξίας.

#### ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ (ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ)

Η ταξινόμηση είναι μια βασική λογικομαθηματική ικανότητα με την οποία η σκέψη του παιδιού αφαιρεί μία ή περισσότερες ιδιότητες ή

γνωρίσματα κοινά σε αντικείμενα ή έννοιες, γενικεύει και ακολούθως τα ομαδοποιεί και τα κατατάσσει. Τα κριτήρια μπορεί να κλιμακώνονται ως προς τη δυσκολία από τα μορφολογικά - αντιληπτικά προς τα εννοιολογικά (Τζεκάκη, 1996)

σε δραστηριότητες, ως κάτωθι:

- Ομαδοποιήσεις, ταξινομήσεις με ένα ή περισσότερα κριτήρια.
- Οργάνωση δεδομένων και συμβολική παρουσίαση αυτών (π.χ. πίνακες διπλής εισόδου).

#### ΜΟΤΙΒΑ Ή ΚΑΝΟΝΙΚΟΤΗΤΕΣ (PATTERNS)

Η αναγνώριση σχεδίων ή μοτίβων επαναλαμβανόμενων με περιοδικότητα, οπτικά ή ακουστικά, επιφέρει τάξη, συνοχή και δυνατότητα πρόγνωσης σε φαινομενικά ανοργάνωτες καταστάσεις και μας επιτρέπει να εξάγουμε γενικεύσεις πέρα από τις άμεσα διαθέσιμες πληροφορίες. Η αναγνώριση και η ανάλυση αυτών των σχεδίων είναι σημαντικά συστατικά της γνωστικής ανάπτυξης του παιδιού, γιατί του προσφέρουν μια βάση εισαγωγής για ανάπτυξη της αλγεβρικής σκέψης (Clements, 2004). Τα παιδιά του νηπιαγωγείου μπορούν να

μάθουν να συνεχίζουν δεδομένα μοτίβα, ενώ ακόμα μπορούν να δημιουργούν μοτίβα με πολλούς τρόπους: εικαστικά μοτίβα (διακόσμηση), ακουστικά μοτίβα (χοροί), μοτίβα με γλωσσικό συμβολισμό κ.ά.

#### ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ

Οι μετρήσεις, αν και έχουν κοινό περιεχόμενο με άλλα πεδία (ορισμένες ανήκουν στο χώρο της γεωμετρίας και επίσης χρησιμοποιείται στην έκφραση αυτών ο αριθμός), εξετάζονται ως χωριστό πεδίο μαθηματικής ανάπτυξης, λόγω της ιδιαιτερότητας του κάθε μεγέθους που πρέπει να κατανηθεί. Η κατανόηση αυτή είναι αρχικά διαισθητική, συνδέεται με τη διατήρηση του μεγέθους, ενώ αργότερα χρησιμοποιούνται οι μονάδες μέτρησης. Μετρήσεις κάνουν τα παιδιά από πολύ νωρίς με ποιοτικό τρόπο, π.χ. εκτίμηση μήκους οπτικά. Αργότερα προβαίνουν σε συγκρίσεις-μετρήσεις με άμεση σύγκριση, τοποθετώντας δηλαδή το ένα αντικείμενο δίπλα στο άλλο. Σταδιακά μπορούν να εισάγονται στην έννοια της μέτρησης με μονάδες μέτρησης, στην αρχή αυθαίρετες (πόδι, κορδόνι κ.ά.) και σιγά-σιγά να γίνεται χρή-

**Ο αριθμός είναι το κλειδί της αριθμητικής εγγραμματοσύνης που είναι το ίδιο σημαντική όπως η γλωσσική εγγραμματοσύνη, στην υψηλά εξαρτώμενη από την τεχνολογία και πληροφορική εποχή μας**

ση και των συμβατικών μονάδων μέτρησης (π.χ. 1 μέτρο, 3 ώρες).

- Μετρήσεις χώρου: μήκους (ύψους, πλάτους) και επιφάνειας: πιο ψηλός - χαμηλός, κοντός - μακρύς, φαρδύς - πλατύς, πόσα πλακάκια...
- Μετρήσεις όγκου: μεγάλος - μικρός, λεπτός - χοντρός, συγκρίσεις χωρητικότητας με διάφορα δοχεία και υλικά όπως το νερό, η άμμος.
- Μετρήσεις βάρους: βαρύτερος - ελαφρύτερος, έννοια ζυγαριάς.
- Μετρήσεις χρονικής διάρκειας: περισσότερος - λιγότερος χρόνος.

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

### Α' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Αντίθετα με τη διαρθρωτική αδυναμία οργάνωσης του περιεχομένου των μαθηματικών εννοιών του προγράμματος του Νηπιαγωγείου, στο **περιεχόμενο Μαθηματικών** της **Α' Δημοτικού**, με τίτλο *Μαθηματικά της φύσης και της ζωής*, περιλαμβάνονται σε άρτια οργάνωση και σπειροειδή διάταξη οι θεματικές ενότητες των μαθηματικών εννοιών, κατανεμημένες σε τρεις περιόδους κατά τη διάρκεια του έτους, οι διδακτικές οδηγίες για τους εκπαιδευτικούς, οι εισαγωγικές δραστηριότητες και οι στόχοι των διδασκαλιών, η σύνδεση με άλλα Α.Π.Σ.

στο πλαίσιο της διαθεματικότητας, τέλος, η αξιολόγηση και η συνεργασία με την οικογένεια. Οι θεματικές ενότητες των μαθηματικών εννοιών είναι οι κάτωθι:

- Επίλυση προβλήματος: Η ενεργοποίηση των υπαρχουσών γνώσεων και μαθηματικών δεξιοτή-

των σε καταστάσεις της καθημερινής ζωής κατέχει κεντρικό ρόλο στο ΔΕΠΠΣ, δίνεται έμφαση στην ερμηνεία της εικόνας και στη βιωματική προσέγγιση για τη συλλογή των δεδομένων του προβλήματος, ακόμα παροτρύνονται τα παιδιά να φτάνουν σε λύση με διαφορετικούς τρόπους.

- Αριθμοί και πράξεις: Δίνεται ιδιαίτερη σημασία στην ανάπτυξη ικανότητας νοερών υπολογισμών, συμβάλλοντας έτσι στη βελτίωση της λειτουργίας της βραχυπρόθεσμης μνήμης, ενώ οι υπολογισμοί εκτείνονται με την υπέρβαση της δεκάδας έως το 20. Η απαρίθμηση εκτείνεται έως το 100, γιατί έρευνες έχουν δείξει ότι τα παι-

διά μπορούν να μάθουν εύκολα τους αριθμούς μέχρι το 100, ενώ η γνώση αυτή βοηθάει στη διδασκαλία και την εμπέδωση των πράξεων. Δίνεται ιδιαίτερη σημασία στην ανάλυση/-

σύνθεση των αριθμών στη βάση του δεκαδικού συστήματος. Για τη διδασκαλία των πράξεων υπολογισμού χρησιμοποιούνται αρχικά υλικά, μετέπειτα εικονικές

αναπαραστάσεις αντικειμένων, δακτύλων, ζαριών κ.λπ. και ακολουθούν νοεροί υπολογισμοί, στους οποίους ζητείται να εξηγούν τα παιδιά τον τρόπο σκέψης τους, ώστε να αναπτύσσεται η μεταγνωστική τους ικανότητα. Ο πολλαπλασιασμός εισάγεται ως επαναλαμβανόμενη πρόσθεση και η διαίρεση ως κατάσταση μοιρασιάς μέσα από προβλήματα.

- Γεωμετρία: Οι στόχοι της ενότητας αυτής αφορούν επίπεδα σχήματα και στερεά σώματα, προσανατολισμό στο χώρο, διαθεματική σύνδεση της γεωμετρίας με την τέχνη και τον πολιτισμό μέσα από παζλ, μωσαϊκά, τάνγκραμ, αντίληψη της συμμετρίας ως προς άξονα.
- Μετρήσεις: Οι στόχοι αφορούν

**Ο εκπαιδευτικός μπορεί να υποστηρίξει την αναδιοργάνωση του χώρου του νηπιαγωγείου με τέτοιο τρόπο ώστε να παρέχονται ερεθίσματα για μαθηματικές των ελεύθερων δραστηριοτήτων**

συγκρίσεις μεγεθών με ποιοτικό τρόπο, μετρήσεις μηκών, επιφανειών, χωρητικότητας, έννοιες βάρους και λειτουργία ζυγαριάς, έννοιες χρόνου, νομισματικής μονάδας. Τα μοτίβα, ως μοτίβα απλών γεωμετρικών σχημάτων και αριθμητικά μοτίβα, περιλαμβάνονται σε αυτήν την ενότητα. Ακόμα, η συλλογή και επεξεργασία δεδομένων, η παρουσίαση αυτών σε πίνακες (εικονόγραμμα, σημειόγραμμα, ραβδόγραμμα), η διατύπωση συμπερασμάτων και προβλέψεων περιλαμβάνονται ως ενότητα στατιστικής στα Α.Π.Σ. από την Δ' τάξη κι έπειτα (ΔΕΠΠΣ, 2003, Βιβλίο δασκάλου, Μαθηματικά Α', Τύπας, Γ.)

### ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ

Ο σχεδιασμός των μαθηματικών δραστηριοτήτων στην προσχολική εκπαίδευση είναι δυνατόν να υλοποιείται είτε με αφορμή αναδυόμενες μαθηματικές εμπειρίες κατά το χρόνο των ελεύθερων δραστηριοτήτων και της καθημερινής ρουτίνας είτε με αφορμή καταστάσεις προβληματισμού που προκύπτουν στη διάρκεια ευκαιριακών γεγονότων, θεματικών προσεγγίσεων και σχεδίων εργασίας. Αυτές μπορεί να οργανώνονται ως **διαθεματικές μαθηματικές δραστηριότητες**.

#### Α. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΕΜΠΕΙΡΙΕΣ ΣΤΙΣ ΓΩΝΙΕΣ ΚΑΤΑ ΤΟ ΧΡΟΝΟ ΤΩΝ ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ

#### ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ ΚΑΙ ΤΗΣ ΚΑΘΗΜΕΡΙΝΗΣ ΡΟΥΤΙΝΑΣ

Ο εκπαιδευτικός μπορεί να υποστηρίξει την αναδιοργάνωση του χώρου του νηπιαγωγείου με τέτοιο τρόπο ώστε να παρέχονται ερεθίσματα για μαθηματικές εμπειρίες κατά τη διάρκεια των ελεύθερων δραστηριοτήτων. Στη γωνιά του κύκλου τα παιδιά εμπλέκονται καθημερινά σε δραστηριότητες απαρίθμησης, πρόσθεσης και αφαίρεσης των απόντων και παρόντων κ.ά. Στη γωνιά του μαθηματικού υλικού ασχολούνται με επιτραπέζια μαθηματικά παιχνίδια. Στη γωνιά του οικοδομικού υλικού οδηγούνται σε δραστηριότητες αντίληψης των σχημάτων και των χωρικών εννοιών. Στη εμπορικό κέντρο ταξινομούνται, ζυγίζονται προϊόντα, αναρτώνται τιμές κ.λπ. Στη γωνιά των Φυσικών Επιστημών τα παιδιά κάνουν μετρήσεις με χρήση αριθμών (καταγραφή εξωτερικής θερμοκρασίας) κ.λπ. Στη βιβλιοθήκη καρτέλες δανεισμού, χάρτες, υποστηρίζουν έννοιες ταξινόμησης, χώρου κ.ο.κ.

#### Β. ΔΙΑΘΕΜΑΤΙΚΕΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

– Κατά τις ευκαιριακές καταστάσεις: Μαθηματική αξιοποίηση μπορεί να συμβαίνει με αφορμή γιορτές και διάφορα γεγονότα της επικαιρότητας, π.χ. αντιστοιχίσεις και κατανομή

παιδιών σε ομάδες, σε τραπέζια, κατανομή και ταξινομήσεις υλικών κ.λπ.

– Κατά την ανάπτυξη θεματικών ενοτήτων και σχεδίων εργασίας: Από τον εκπαιδευτικό ή από κοινού με τα παιδιά ή από ομάδες παιδιών κατά την πορεία εξέλιξης σχεδίων εργασίας οργανώνονται διαθεματικές μαθηματικές δραστηριότητες με νόημα, σύμφωνα με τις ανάγκες που παρουσιάζονται.

#### ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

Στο ΔΕΠΠΣ του Νηπιαγωγείου προτείνεται η αξιολόγηση να είναι διαρκής, ενσωματωμένη στις καθημερινές ανάγκες των παιδιών και της ανάπτυξης του προγράμματος, ενώ πρέπει να λαμβάνει υπόψη τις ατομικές διαφορές, τα ενδιαφέροντα, τις επιθυμίες και τις κοινωνικοπολιτισμικές αφετηρίες των παιδιών (ΔΕΠΠΣ, 2003).

Τα παιδιά παροτρύνονται να αξιολογούν ανάλογα τη δουλειά τους στο πλαίσιο της αυτοαξιολόγησης, όπως και να αξιολογούν συλλογικά την εργασία της ομάδας. Η διαδικασία αυτοαξιολόγησης, ως ανακεφαλαίωτική, οργανώνει τη γνώση, ενώ ως επεξήγηση της σκέψης αναπτύσσει τη μεταγνωστική ικανότητα των παιδιών.

Ο/η εκπαιδευτικός, από την πλευρά του, μπορεί να χρησιμοποι-



εί εναλλακτικές μορφές αξιολόγησης των νηπίων, βασισμένων στην παρατήρηση, καταγραφή αυτής και συλλογή στοιχείων προόδου. Έτσι, προτείνονται ατομικές καταγραφές της συμπεριφοράς των νηπίων, τήρηση ημερολογίου, καταγραφή της πορείας των σχεδίων εργασίας, τήρηση ατομικού φακέλου προόδου (portfolio).

Η παρατήρηση, η οποία εστιάζεται συνήθως στη φυσική συμπεριφορά του παιδιού στην τάξη, είναι η πιο κλασική και διαδεδομένη μέθοδος αξιολόγησης των νηπίων στην κοινή προσχολική τάξη (Cohen & Stern, 1991). Στο πρόγραμμα Μαθηματικών μπορεί να προσφέρει ολοκληρωμένη γνωστική εικόνα του παιδιού, όταν ο εκπαιδευτικός παρατηρεί, καταγράφει και ερμηνεύει, π.χ. παρατηρεί τις αριθμητικές στρατηγικές που εφαρμόζουν στις μοιρασιές υλικών, πώς χειρίζονται το οικοδομικό υλικό, τι λένε όταν προσπαθούν να επιλύσουν ένα πρόβλημα κ.λπ.

Σε αυτήν την κατεύθυνση διαρθρώνεται αρκετά οργανωμένα η αξιολόγηση στα Μαθηματικά του Δημοτικού σχολείου, ενώ τονίζεται

επίσης ότι αποτελεί βασικό στοιχείο της καθημερινής σχολικής εργασίας. Στο βιβλίο της Α' Δημοτικού, εκτός από τα επαναληπτικά μαθήματα εκτίμησης της προόδου των μαθητών, ο εκπαιδευτικός έχει στη διάθεσή του πεντάβαθμες κλίμακες αξιολόγησης, τις οποίες μπορεί τόσο ο ίδιος να χρησιμοποιεί όσο και οι μαθητές στο πλαίσιο της αυτοαξιολόγησης, ενώ στο πλαίσιο της ετεροαξιολόγησης προτείνεται οι ίδιοι να δημιουργούν κριτήρια γι' αυτήν.

#### ΕΠΙΛΟΓΟΣ: Ο ΡΟΛΟΣ ΤΟΥ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΥ

Συμπερασματικά, στο πλαίσιο της μετάβασης από το Νηπιαγωγείο στο Δημοτικό σχολείο, η θεμελίωση της μαθηματικής ανάπτυξης φαίνεται να απαιτεί: α) ένα

**Η αποτελεσματική υλοποίηση και εφαρμογή όμως των Α.Π.Σ., συμπεριλαμβανομένων και των Μαθηματικών, εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την κατάρτιση, τις δεξιότητες και τις στάσεις των εκπαιδευτικών**

καλά συγκροτημένο ως προς το εννοιολογικό περιεχόμενο πρόγραμμα μαθηματικής ανάπτυξης στο νηπιαγωγείο, σχεδιασμένο σε αντιστοιχία με εκείνο της αμέσως επόμενης βαθμίδας, β) κοινούς άξονες για την προσχολική και τη μετέπειτα δημοτική εκπαίδευση των βασικών αρ-

χών της σύγχρονης μεθοδολογίας των Μαθηματικών, γ) αξιολόγηση διαφόρων μορφών, η οποία όχι μόνο να υποστηρίζει την πρόοδο αλλά και να αναδεικνύει στην κατεύθυνση της πρόληψης τα παιδιά με πιθανές μαθησιακές δυσκολίες (Σταύρου & Δελπκανάκη, 2007).

Η αποτελεσματική υλοποίηση και εφαρμογή όμως των Α.Π.Σ., συμπεριλαμβανομένων και των Μαθηματικών, εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την κατάρτιση, τις δεξιότητες και τις στάσεις των εκπαιδευτικών. Ο εκπαιδευτικός πρέπει να μπορεί να συντονίζει τη μαθησιακή διαδικασία, να δημιουργεί κίνητρα μάθησης, να αξιοποιεί τις ιδέες και τα λάθη των παιδιών, να χρησιμοποιεί σύγχρονες διδακτικές μεθόδους και την τεχνολογία, να ανατροφοδοτεί την εκπαιδευτική διαδικασία με την αξιολόγηση, να γνωρίζει τι προηγήθηκε και τι έπεται για την ηλικιακή κατηγορία της τάξης του, όπως ανάμεσα στο πρόγραμμα του Νηπιαγωγείου και σε αυτό της Α' τάξης. Οι νέες αυτές δεξιότητες που απαιτούνται δεν είναι δεδομένες, αφού υπάρχει μεγάλη διαφοροποίηση στην κατάρτιση και στην εμπειρία ανάμεσα στους εκπαιδευτικούς. Γι' αυτές τις σύγχρονες δεξιότητες απαιτείται πολυσιδεές πλαίσιο επιμόρφωσης, ενώ ακόμα θα ήταν αναγκαίο να είχε αυτή αφε-

τηρία την αλλαγή των στάσεων για το γνωστικό αντικείμενο των Μαθηματικών.

#### ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΗΓΕΣ

- Baroody A. (2004). The developmental bases for Early Childhood number and operations standards. Στο: Clements D. & Sarama, J. (eds), *Engaging Young Children in Mathematics*. N.J., London: Lawrence Erlbaum.
- Clements, D. (2004). Geometric and spatial thinking in early childhood education. Στο: Clements & Sarama, *Engaging Young Children in Mathematics*. N.J.: Lawrence Erlbaum.
- Cohen D. & Stern V. (1991). (εισ.επιμ. Βοσνιάδου Σ.), *Παρατηρώντας και καταγράφοντας τη συμπεριφορά των παιδιών*. Αθήνα: Εκδόσεις Gutenberg.
- Δαφέρμου Χ., Κουλούρη Π., Μπασαγιάννη Ε. (2006). *Οδηγός Νηπιαγωγού*. Αθήνα: Π.Ι.
- Δελικανάκη Ν. (2004). Σφαίρα και κύκλος, στο Κίτσαρά Γ., *Προγράμματα, Διδακτική Μεθοδολογία Προσχολικής αγωγής*. Αθήνα: έκδ. συγγρ.
- ΥΠΕΠΘ-Π.Ι. (2002). Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών για το Νηπιαγωγείο. Προγράμματα σχεδιασμού και ανάπτυξης δραστηριοτήτων. Αθήνα.
- ΔΕΠΠΣ-ΑΠΣ, ΦΕΚ τεύχος Β' 303 /13-3-2003, 304/13-3-2003.
- Donaldson M. (1995). *Η σκέψη των παιδιών*. Αθήνα: Εκδόσεις Gutenberg.
- Ζαχάρος Κ., Παπανδρέου Μ. (2004). Τα Μαθηματικά στο νηπιαγωγείο: Μια κριτική ανάλυση του ΔΕΠΠΣ, πρακτικά συνεδρίου, *Ο εκπαιδευτικός και το Α.Π.* Αθήνα: Εκδόσεις Μεταίχμιο.
- Gelman, R. & Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Hughes M. (1999). *Τα παιδιά και η έννοια των αριθμών*. Αθήνα: Εκδόσεις Gutenberg.
- Huttenlocher J., Jordan, N., Levine, S. (1994). Mental model for early arithmetic. *Journal of Experimental Child Psychology, General*, 123, 284-296.
- Kamii C. & Devries R. (1979). *Η θεωρία του Piaget και η προσχολική αγωγή*. Αθήνα: Εκδόσεις Δίπτυχο.
- Κολιάδης Ε. (1997). *Θεωρίες μάθησης και εκπαιδευτική πράξη, Γ' γνωστικές θεωρίες*. Αθήνα.
- Κολιάδης, Ε. (2002). Γνωστική Ψυχολογία, γνωστική νευροεπιστήμη και εκπαιδευτική πράξη. Αθήνα: έκδ. συγγρ.
- Λεμονίδης, Θεοδώρου, Καψάλης, Πνευματικός. (2006). *Μαθηματικά Α' Δημοτικού, Μαθηματικά της φύσης και της ζωής*, βιβλίο δασκάλου. Αθήνα: ΟΕΔΒ.
- Ματσαγγούρας Η. (2002). *Η διαθεματικότητα στη σχολική γνώση*. Αθήνα: Εκδόσεις Γρηγόρης.
- NCTM & NAEYC (2002). *Early Childhood Mathematics: Promoting Good Beginning*.
- NCTM (2000). *Principles & Standards for School Mathematics, Standards for Grades Pr-K-2*
- NAEYC (2004). *Guidelines for Appropriate Curriculum Content and Assessment in Programs Serving Children Ages 3 Through 8*.
- Ofsted. National Numeracy Strategy: the first three years 1999-2002. [www.Ofsted.gov.uk](http://www.Ofsted.gov.uk)
- Πατρώνη Τ. (2001). *Θεμελιώδεις μαθηματικές έννοιες και παιδική σκέψη*. Αθήνα: Εκδόσεις Δίπτυχο.
- Piaget J. (1965). Η έννοια του Αριθμού, στο Βοσνιάδου Σ., (επιμ., 1999). *Η ψυχολογία των μαθηματικών*. Αθήνα: Gutenberg.
- Resnick, L. (1989). Αναπτύσσοντας τη μαθηματική γνώση. Στο Βοσνιάδου (ό.π.).
- Siegler, R. (1998). *Children's Thinking*. New Jersey: Prentice-Hall.
- Sophian, C. (1996). Children's Numbers. *Developmental Psychology series*, USA: Westview Press.
- Steffe, L. (2004). Principles and standards for school Mathematics from a constructivist perspective. In Clements D. & Sarama, J. (eds), *Engaging Young Children in Mathematics*. N.J., London: Lawrence Erlbaum.
- Σταύρου Λ. & Δελικανάκη Ν. (2007). Η Κλίμακα Λογικομαθηματικής Σκέψης (LOGMATH) ως ψυχομετρικό εργαλείο πρώιμης ανίχνευσης δυσκολιών γνωστικής ανάπτυξης για παιδιά 4-6 ετών. Στο: Πρακτικά συνεδρίου ΕΕΠΕ, *Η Ειδική Αγωγή στην κοινωνία της γνώσης*, τόμος Β'. Αθήνα: Εκδόσεις Γρηγόρη.
- Τζεκάκη Μ. (1996): *Μαθηματικές δραστηριότητες για την προσχολική ηλικία*. Αθήνα: Εκδόσεις Gutenberg.
- Τζεκάκη, Οικονόμου, Καλδρυμίδου, Τρέσσου, Λεμονίδης (2005). Ομάδα εργασίας: Τα μαθηματικά στη διαθεματική προσέγγιση. Στο: *Η Διαθεματική προσέγγιση της διδασκαλίας και της μάθησης στην προσχολική και την πρώτη σχολική ηλικία*, πρακτικά συνεδρίου Θεσ/νίκη, 30/5-1/6/2003. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.
- Τύπας, Γ. Διδακτικό πακέτο Μαθηματικών. Στο έργο *Επιμόρφωση σχολικών συμβούλων και εκπαιδευτικών Πρωτοβάθμιας και Προσχολικής Εκπαίδευσης στο ΔΕΠΠΣ και τα ΑΠΣ*. Αθήνα: Π.Ι.
- Von Glasersfeld E. (1982). Subitizing: The role of figural patterns in the development of numerical concepts. *Archives de Psychologie*, 50, 191-218.